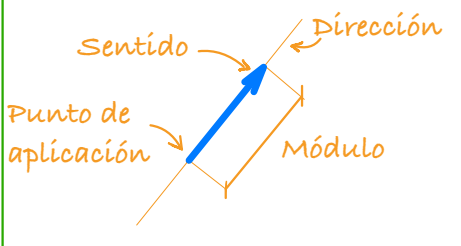


Cap. I: Vectores

Definición



Tipos

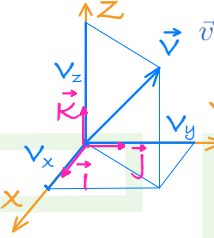
Libres: 

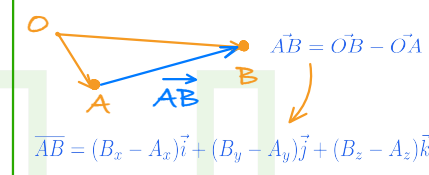
Deslizantes: 

Ligado: 

Recta soporte

Componentes de un vector

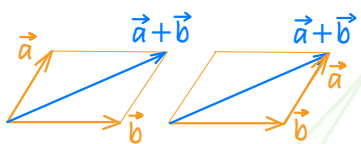


$$\vec{v} = v_x \vec{i} + v_y \vec{j} + v_z \vec{k} \leftrightarrow (v_x, v_y, v_z)$$


$$\vec{AB} = \vec{OB} - \vec{OA}$$

$$\vec{AB} = (B_x - A_x)\vec{i} + (B_y - A_y)\vec{j} + (B_z - A_z)\vec{k}$$

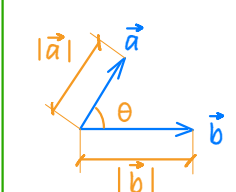
Operaciones. Suma y producto por escalar



$$\vec{a} + \vec{b} = (a_x + b_x)\vec{i} + (a_y + b_y)\vec{j} + (a_z + b_z)\vec{k}$$

$$k\vec{a} = ka_x\vec{i} + ka_y\vec{j} + ka_z\vec{k}$$

Operaciones. Producto escalar



$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| |\vec{b}| \cos \theta$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = 0 \leftrightarrow \text{Ortogonales}$$

$$\cos \theta = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| |\vec{b}|}$$

Operaciones. Producto vectorial

Área del paralelogramo



Módulo: $|\vec{a} \times \vec{b}| = |\vec{a}| |\vec{b}| \sin \theta$

Dirección

Sentido: Regla de la mano derecha

Fórmula en componentes

$$\vec{a} \times \vec{b} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix}$$

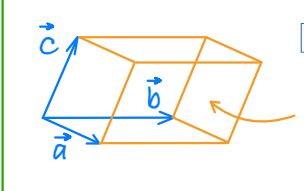
P. escalar de p. Vectoriales

$$(\vec{a} \times \vec{b}) \cdot (\vec{c} \times \vec{d}) = \begin{vmatrix} \vec{a} \cdot \vec{c} & \vec{a} \cdot \vec{d} \\ \vec{b} \cdot \vec{c} & \vec{b} \cdot \vec{d} \end{vmatrix}$$

Doble producto vectorial

$$\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c}) = \begin{vmatrix} \vec{b} & \vec{c} \\ \vec{a} \cdot \vec{b} & \vec{a} \cdot \vec{c} \end{vmatrix}$$

Operaciones. Producto mixto

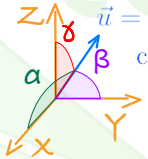


$$[\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}] = \vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c})$$

En valor absoluto, es el volumen del paralelepípedo

$$[\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}] = \begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix}$$

Vector unitario

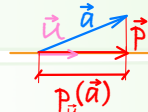


$$\vec{u} = \cos \alpha \vec{i} + \cos \beta \vec{j} + \cos \gamma \vec{k}$$

$$\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = 1$$

+: a favor de u
- : en contra de u

Proyección de un vector

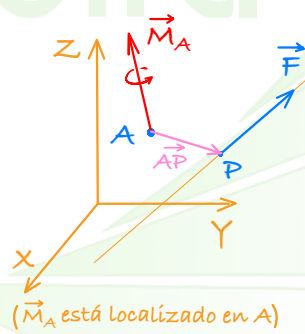


$$p_{\vec{a}}(\vec{a}) = \vec{a} \cdot \vec{u}$$

$$\vec{p} = (\vec{a} \cdot \vec{u}) \vec{u}$$

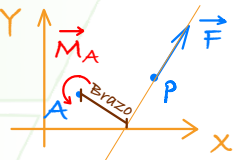
($\vec{u}$ unitario)

Momento polar (respecto de un punto) de un vector deslizante



Momento de $\vec{F}$ respecto de A: $\vec{M}_A = \vec{AP} \times \vec{F}$

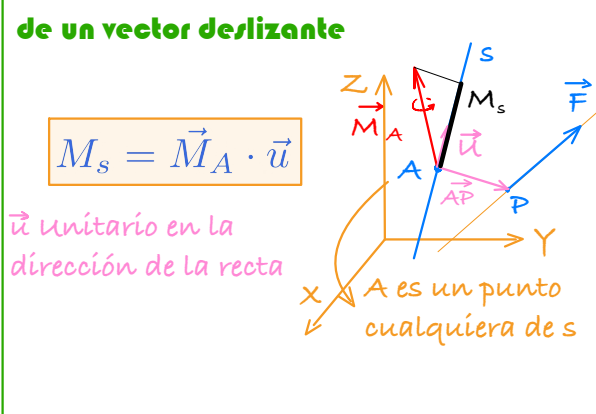
En el plano se puede hacer más rápido: fuerza-brazo



$$\vec{M}_A = \pm |\vec{F}| \cdot \text{Brazo} \cdot \vec{k}$$

+: antihorario
- : horario

Momento áxico (respecto de una recta) de un vector deslizante

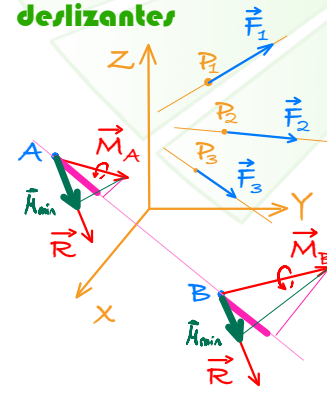


$$M_s = \vec{M}_A \cdot \vec{u}$$

$\vec{u}$ unitario en la dirección de la recta

A es un punto cualquiera de s

Sistema de vectores deslizantes



Resultante: $\vec{R} = \vec{F}_1 + \dots + \vec{F}_n$ ¡Libre!

Momento en A: $\vec{M}_A = \vec{AP}_1 \times \vec{F}_1 + \dots + \vec{AP}_n \times \vec{F}_n$

Cambio de polo: $\vec{M}_B = \vec{M}_A + \vec{BA} \times \vec{R}$

Equiproyect. según $\vec{AB}$: $p_{\vec{AB}}(\vec{M}_A) = p_{\vec{AB}}(\vec{M}_B)$

Equiproyect. según $\vec{R}$: $p_{\vec{R}}(\vec{M}_A) = p_{\vec{R}}(\vec{M}_B) = M_{\min}$

Eje central: recta de puntos con Momento mínimo

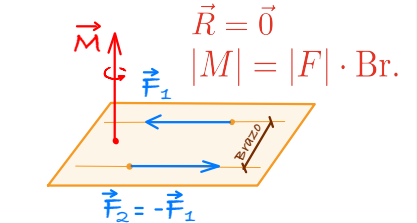
V. Director: $\vec{R}$

Punto: $\vec{OE} = \vec{OA} + \frac{\vec{R} \times \vec{M}_A}{|\vec{R}|^2}$

A cualquiera

E es el punto del eje central más cercano al punto A

Par de vectores



$$\vec{R} = \vec{0}$$

$$|M| = |F| \cdot Br.$$

$$\vec{F}_2 = -\vec{F}_1$$