

VARIABLES ALEATORIAS

$(\Omega, \mathfrak{A}, P)$ $X : \Omega \rightarrow \mathbb{R}$

FUNCIÓN DE DISTRIBUCIÓN $F(x) = P(X \leq x)$

FUNCIÓN DE MASA V. A. discreta

- 1) $p_x(a) \geq 0$
- 2) $\sum_{a \in D_x} p(a) = 1$
- 3) $F_x(a) = \sum_{x \leq a} p_x(x)$

FUNCIÓN DE DENSIDAD V. A. continua

- 1) $f(x) \geq 0$
- 2) $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx = 1$
- 3) $F_x(a) = \int_{-\infty}^a f(x)dx$

ESPERANZA MATEMÁTICA

$$E[g(x)] = \sum_x g(x) \cdot p(x)$$

$$E[g(x)] = \int_{-\infty}^{+\infty} g(x) \cdot f(x)dx$$

MOMENTO RESPECTO DEL ORIGEN:

$$\alpha_k = E[X^k]$$

MOMENTO RESPECTO DE LAS MEDIAS:

$$\beta_k = E[(X - \mu)^k]$$

MEDIA

$$\mu = E[X]$$

VARIANZA

$$\sigma^2 = V(X) = E[(X - \mu)^2]$$

DESVIACIÓN TÍPICA

$$\sigma = \sqrt{V(X)}$$

PROPIEDADES

$$\left\{ \begin{array}{l} E[aX + b] = aE[X] + b = a\mu + b \\ \sigma^2 = E[X^2] - \mu^2 \\ E[X^2] = (E[X])^2 + V(X) = \mu^2 + \sigma^2 \\ V(a + b) = a^2V(X) \end{array} \right.$$



EJEMPLO

Vamos a entender mejor el concepto de función de distribución mediante el experimento aleatorio de lanzar un dado de 6 caras.

1. Espacio muestral \rightarrow **Estudiamos los posibles resultados del experimento**
 $\Omega = \{\text{sacar 1, sacar 2, sacar 3, sacar 4, sacar 5, sacar 6}\}$

2. Variable aleatoria $X : \Omega \rightarrow \mathbb{R}$

$X =$ número de puntos del dado

- $$\left\{ \begin{array}{l} \text{Sacar 1} \rightarrow 1 \\ \text{Sacar 2} \rightarrow 2 \\ \text{Sacar 3} \rightarrow 3 \\ \text{Sacar 4} \rightarrow 4 \\ \text{Sacar 5} \rightarrow 5 \\ \text{Sacar 6} \rightarrow 6 \end{array} \right.$$

Asignamos un número real a los sucesos de Ω que queremos someter a estudio.

VARIABLES ALEATORIAS

3. Función de distribución

$F(x) = P(X \leq x) \rightarrow$ Vamos a estudiar los sucesos:

$x < 1 \rightarrow F(x) = P(X \leq x) = p(\phi) = 0$

Probabilidad de sacar un número menor o igual que x , teniendo en cuenta que estamos estudiando el tramo en el cual las x son menores que 1.

$1 \leq x < 2 \rightarrow F(x) = P(X \leq x) = p(\text{sacar } 1) = \frac{1}{6}$

Probabilidad de sacar un número menor o igual que x , teniendo en cuenta que estamos estudiando el tramo en el cual las x son mayor o igual a 1 pero menores que 2. El único suceso de nuestra variable aleatoria que lo cumple es sacar un 1

• • •

$6 \leq x \rightarrow F(x) = P(X \leq x) = 1$

Probabilidad de sacar un número menor o igual que x , teniendo en cuenta que estamos estudiando el tramo en el cual las x son mayores o igual a 6. Todos los valores de la v.a. que estamos estudiando corresponden a números menores o iguales que los valores que toma x en este intervalo.

REPRESENTACIÓN GRÁFICA

$F_x(x)$

